Übung 14 (27.1.2019)

Beispiel 1. Es sei $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $(x, y) \mapsto (1 - x^2 + y)(1 - x^2 - y)$. Es sei

$$F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2,\ (x, y) \mapsto \left(-\frac{\partial g(x, y)}{\partial y} - g(x, y)\frac{\partial g(x, y)}{\partial x}, \frac{\partial g(x, y)}{\partial x} - g(x, y)\frac{\partial g(x, y)}{\partial y}\right).$$

Man berechne $\partial_F(g)$. Danach bestimme man die Equilibrien, klinen Orbits, und das asymptotische Verhalten der Lösungskurven.

Beispiel 2. Man konstruiere ein Vektorfeld $(\mathbb{R}^2 \setminus \{0, 0\}) \to \mathbb{R}^2$ mit genau zwei asymptotischen stabilen Zyklen.

Beispiel 3. Man berechne für beliebiges $k \in \mathbb{N}$ die Anzahl der Zyklen mit minimaler Periode für die Iterationen der Hufeisen-Abbildung von Abschnitt 13.2.

Beispiel 4. Das Vektorfeld $F : (x, y) \mapsto (x - x^3 - y^3, y + x^3 - y^3)$ hat nur ein einziges Equilibrium in $(0, 0)$ (wie man mit Mathematica ode Maple zeigen kann). Es sei $g : (x, y) \mapsto x^4 + y^4$. Man berechne $\partial_F(g)$ und zeige, dass es einen kompakten Bereich K gibt, aus dem die Lösungen nicht entkommen können (Fangbereich). Man folgere, dass F einen Zykel enthält.