

Übung 1 (9.10.2018)

Beispiel 1. In der Vorlesung wurde gezeigt, wie eine nicht-autonome Differentialgleichung auf eine vektorwertige autonome Differentialgleichung zurückgeführt werden kann (durch Einführung einer Variablen für die innere Zeit). Erhält diese Rückführung Linearität? Man gebe einen Beweis oder ein Gegenbeispiel.

Beispiel 2. Es sei $T = \mathbb{R}$. Man führe die Differentialgleichung für $f : T \rightarrow \mathbb{R}$,

$$\forall t \in \mathbb{R} : f''(t) = f(t)^2 + f'(t)^2 + t^2$$

auf eine vektorwertige autonome Differentialgleichung erster Ordnung zurück.

Beispiel 3. Es sei $n \in \mathbb{N}$ und $a_0, a_1, \dots, a_{n-1} \in \mathbb{R}$. Man führe die Differentialgleichung für $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$\forall t : f^{(n)}(t) + a_{n-1}f^{(n-1)}(t) + \dots + a_1f'(t) + a_0f(t) = 0$$

auf eine lineare Differentialgleichung erster Ordnung zurück.

Beispiel 3. Man führe die inhomogene lineare Rekursion für $f : T \rightarrow \mathbb{R}^n$

$$\forall t \in T : f(t+1) = A(t)f(t) + b(t),$$

wobei $A : T \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$ eine gegebene matrixwertige Funktion und $b : T \rightarrow \mathbb{R}^n$ eine gegebene vektorwertige Funktion ist, auf eine homogene lineare Rekursion zurück.