

## Übung 1 (10.10.2016)

**Beispiel 1.** In der Vorlesung wurde gezeigt, daß eine nicht-autonome Differentialgleichung auf eine vektorwertige autonome Differentialgleichung zurückgeführt werden kann (durch Einführung einer Variablen für die innere Zeit). Erhält diese Rückführung Linearität? Man gebe einen Beweis oder ein Gegenbeispiel.

**Beispiel 2.** Es sei  $T = \mathbb{R}$ . Man führe die Differentialgleichung für  $f : T \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$\forall t \in \mathbb{R} : f''(t) = f(t)^2 + f'(t)^2 + t^2$$

auf eine vektorwertige autonome Differentialgleichung erster Ordnung zurück.

**Beispiel 3.** Es sei  $F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  stetig. Es sei  $x_0 \in \mathbb{R}^n$  ein stabiler Gleichgewichtspunkt.

a) Man zeige, daß für beiden folgenden beiden Aussagen  $A \Rightarrow B$  gilt.

b) Man zeige, daß im Fall  $n = 1$  auch die Umkehrung  $B \Rightarrow A$  gilt.

(A)  $x_0$  ist ein asymptotisch stabiler Gleichgewichtspunkt.

(B)  $x_0$  ist ein isolierter Gleichgewichtspunkt.

**Beispiel 4.** Man berechne die stabilen Gleichgewichtspunkte der Differentialgleichung für  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$\forall t : f'(t) = (f(t) - 1)(f(t) - 2)(f(t) - 3)(f(t) - 4).$$