

Übung 1 (18.10.2016)

Beispiel 1. In der Vorlesung wurde gezeigt, daß eine nicht-autonome Differentialgleichung auf eine vektorwertige autonome Differentialgleichung zurückgeführt werden kann (durch Einführung einer Variablen für die innere Zeit). Erhält diese Rückführung Linearität? Man gebe einen Beweis oder ein Gegenbeispiel.

Beispiel 2. Man bestimme die Equilibrien der Differentialgleichung für $f : T \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f'(t) = F(f(t)),$$

wobei $F(x) := \sin(1/x)$ falls $x \neq 0$ und $F(0) := 0$.

Welche Equilibrien sind stabil? Welche sind asymptotisch stabil?

Beispiel 3. Gegeben ist die parametrische Differentialgleichung für $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$F_\lambda(x) = x(\lambda - x^2),$$

$$\forall t : y'(t) = F_\lambda(y(t)) = y(t)(\lambda - y(t)^2),$$

wobei $\lambda \in \mathbb{R}$ ein reeller Parameter ist. Man zeichne das Phasenporträt für $\lambda = 1$ und das Bifukationsdiagramm (ohne die allgemeine Lösung zu berechnen).

Beispiel 4. Man berechne eine die allgemeine Lösung der Differentialgleichung für $y : D \rightarrow \mathbb{R}$

$$\forall x : y'(x) = \frac{\cos(x)}{\cos(y(x))},$$

wobei D eine kleine Umgebung von 0 ist.