

Übung 5 (17.11.2014)

Beispiel 1. Man berechne die allgemeine Lösung $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ der Differentialgleichung

$$\forall t : y''(t) + \omega^2 y(t) = t,$$

wobei $\omega > 0$ ein reeller Parameter ist.

Beispiel 2. Man bestimme das asymptotische Verhalten der Lösungen des Differentialgleichungssystems

$$\begin{aligned} \forall t \in \mathbb{R} : y_1'(t) &= -y_1(t) + p y_2(t), \\ y_2'(t) &= y_1(t) - y_2(t) \end{aligned}$$

für $y_1, y_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, wobei p ein reeller Parameter im Intervall $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ist.

Beispiel 3 Die Systeme in Beispiel 2 für $p = 0.1$ und für $p = 0.2$ haben das gleiche “qualitative Verhalten”. Man versuche, eine Äquivalenzrelation zu definieren, um diese Aussage zu präzisieren. Kann man etwa eine Variablentransformation finden, die den Fall $p = 0.1$ auf den Fall $p = 0.2$ transformiert?

Beispiel 4. Für welche Parameter $\alpha \in \mathbb{R}$ ist $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \rightarrow |x|^\alpha$ Lipschitz-stetig? (mit Beweis)