

## Übung 4 (10.11.2014)

**Beispiel 1.** Man berechne die Lösung  $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  des Anfangswertproblems

$$\begin{aligned}\forall t : \quad y_1'(t) &= y_1(t) + y_2(t), y_2'(t) = y_2(t), \\ y_1(0) &= a, y_2(0) = b,\end{aligned}$$

für Parameter  $a, b \in \mathbb{R}$ .

**Beispiel 2.** Man berechne die Lösung  $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  des Anfangswertproblems

$$\begin{aligned}\forall t : \quad y_1'(t) &= y_1(t) + y_2(t) + 1, y_2'(t) = y_2(t) + 1, \\ y_1(0) &= 0, y_2(0) = 0.\end{aligned}$$

**Beispiel 3.** Das Tschebyschow-Polynom  $T_n(x)$ ,  $n \in \mathbb{N}$  ist eine spezielle Lösung der Tschebyschow-Gleichung für  $y : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$

$$\forall x \in (0, 1) : \quad (1 - x^2)y''(x) - xy'(x) + n^2y(x) = 0.$$

Man berechne eine zweite linear unabhängige Lösung für  $n = 1$ .

**Beispiel 4.** Man finde die allgemeine Lösung der inhomogenen Differentialgleichung für  $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$\forall x : \quad y'(x) - y(x) = \sin(x).$$