Übungsblatt 3

für den **27/10/2020**

Beispiel 9 Man berechne eine Lösung folgender Rekursionen und analysiere dessen Verhalten für $t \to \infty$.

a) $\forall t \in \mathbb{N} : 6f(t+3) = 7f(t+2) - f(t),\ f(0) = 0, f(1) = -1, f(2) = 1.$

b) $\forall t \in \mathbb{N} : 2f(t+3) = 3f(t+2) - f(t),\ f(0) = 0, f(1) = -1, f(2) = 1.$

Beispiel 10 Für welche Parameter $\lambda \in \mathbb{R}$ ist der Ursprung ein asymptotische stabiler Fixpunkt der linearen Rekursion

$$\forall t \in \mathbb{N} : 2f(t+2) + 3\lambda\, f(t+1) - \lambda^2\, f(t) = 0$$

für $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$?

Beispiel 11 Eine Population lässt sich mittels der Anfangswertprobleme

$$P'(t) = \gamma\, P(t) - \tau\, P(t)^3,\ P(0) = P_0$$

bzw.

$$P'(t) = \gamma\,\sqrt{P(t)} - \tau\, P(t),\ P(0) = P_0$$

mit $\gamma, \tau, P_0 > 0$ modellieren. Löse die Bernoullische Differentialgleichungen (siehe S.23 im Skriptum) und berechne die Populationsentwicklungen für $t \to \infty$.

Beispiel 12 Löse für $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ das Anfangswertproblem

$$(1-t^2)f''(t) + 2tf'(t) - 2f(t) = 6(1-t^2)^2,\ f(0) = 1,\ f'(0) = 0$$

mittels Variation der Konstanten (siehe Kapitel 3.4 im Skriptum).
Hinweis: eine Lösung der homogenen Gleichung lässt sich leicht erraten (sie ist eine lineare Funktion). Die zweite Lösung kann nun mittels Reduktion der Ordnung (siehe Kapitel 3.3) gefunden oder ebenfalls erraten werden.