Übungsblatt 2

für den **20/10/2020**

Beispiel 5 Gegeben sei die parameterabhängige Differentialgleichung

$$f'(t) = F_\lambda(f(t)) = f(t)(\lambda - f(t)^2),$$

wobei $\lambda \in \mathbb{R}, f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

a) Zeichne das Phasenportrait für $\lambda = 1$.

b) Konstruiere das Bifurkationsdiagramm.

Beispiel 6 Skizziere das Bifurkationsdiagramm für die parameterabhängige Differentialgleichung $f'(t) = \lambda^2 - f(t)^3 - f(t)^2$ mit $\lambda \in \mathbb{R}, f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.
Hinweis: Versuche eine explizite Darstellung der Gleichgewichtspunkte zu vermeiden.

Beispiel 7 Man gebe die allgemeine Lösung folgender Differentialgleichungen für $f : \mathbb{R} \to X$ mit geeignetem $X \subset \mathbb{R}$ an:

a) $f'(t) = \frac{-t}{f(t)}$

b) $f'(t) = e^{t^2 + f(t)}$

c) $f'(t) = \frac{\sin(2t)}{\cos(t)} - f(t)\sin(t)$

Beispiel 8 Für $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ stetig und $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ nennt man Differentialgleichungen von der Form

$$\forall t : f'(t) = F\left(\frac{f(t)}{t}\right)$$

Euler-homogen.

a) Zeige, dass sich Euler-homogene Differentialgleichungen nach der Transformation $g(t) = f(t)/t$ mittels Trennung der Variablen lösen lassen.

b) Löse die Differentialgleichung

$$f'(t) = \frac{f(t)^2}{t^2} + \frac{f(t)}{t}.$$