

# Übungsblatt 6

für den 12/11/2019

---

**Beispiel 15** Finden Sie eine allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$\forall t : t^2 f''(t) - 7t f'(t) + 15f(t) = t$$

für  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ .

Hinweis: Die homogene Differentialgleichung hat eine polynomiale Lösung.

**Beispiel 16** Man berechne für  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

- a) die Lösung des Anfangswertproblems

$$\forall t : f''(t) - 2f'(t) + f(t) = 0, f(0) = 1, f'(0) = -1.$$

- b) die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$\forall t : f''(t) - 2f'(t) + f(t) = t.$$

**Beispiel 17** a) Zeigen Sie, dass

$$f(t) = (c_1 \cos(t) + c_2 \sin(t) - c_1 \sin(t) + c_2 \cos(t))^T$$

die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$\forall t : f'(t) + \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} f(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

ist. Analysieren Sie die Stabilität der Equilibria.

- b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$\forall t : f'(t) + \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} f(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

für  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$  indem Sie Variation der Konstanten auf die homogene Lösung aus Teil (a) anwenden.