

Übungsblatt 3

für den 22/10/2019

Beispiel 6 Gegeben sei die Differentialgleichung $f'(t) = F(f(t))$ mit

$$F(x) = - \begin{cases} (x+2)(x+1)^2x & \text{falls } x \leq 0 \\ 0 & \text{falls } x \in [0, 1] \\ (x-1)^2(x-2) & \text{falls } x \geq 1 \end{cases}.$$

Bestimme für Lösungen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ den Grenzwert $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$ in Abhängigkeit des Startwertes $f(0)$.

Beispiel 7 Gegeben sei die parameterabhängige Differentialgleichung

$$f'(t) = F_\lambda(f(t)) = f(t)(\lambda - f(t)^2),$$

wobei $\lambda \in \mathbb{R}$, $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

- Zeichne das Phasenportrait für $\lambda = 1$.
- Konstruiere das Bifurkationsdiagramm.

Beispiel 8 a) Untersuche die Stabilität der Gleichgewichtspunkte der Differentialgleichung $f'(t) = F(f(t))$ mit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ und

$$F(x) = \begin{cases} x \sin(1/x) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}.$$

- Untersuche für unbekannte Parameter $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ die Gleichgewichtspunkte der vektorwertigen Differentialgleichung

$$\begin{bmatrix} f_1'(t) \\ f_2'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a f_1(t) - b f_1(t) f_2(t) \\ c f_1(t) f_2(t) - d f_2(t) \end{bmatrix}.$$

Bonus: Versuche Aussagen über die Stabilität der Gleichgewichtspunkte zu treffen.