

Übungsblatt 13

für den 21/01/2020

Beispiel 33 Gegeben sei die Rekursionsgleichung

$$x_{k+1} = F(x_k) = 2x_k^2 - 1$$

mit $x_0 \in \mathbb{R}$.

- a) In Abhängigkeit vom Startwert x_0 , unterteilen Sie \mathbb{R} in Bereiche für die Monotonie von $(x_k)_k$ gilt.
- b) Zeigen Sie für $n \in \mathbb{N}$, dass genau 2^n Zyklen mit Periode n existieren.
Hinweis: Die Rechenregel $2 \cos(x) - 1 = \cos(2x)$ könnte hilfreich sein.

Beispiel 34 Es sei $n \in \mathbb{N}$, $X \subset \mathbb{R}^n$ offen, $F : X \rightarrow X$ stetig differenzierbar, $k \in \mathbb{N}$ und (x_1, \dots, x_k) ein k -Zykel.

- a) Zeigen Sie, dass die Matrizen $(F^k)'(x_1)$ und $(F^k)'(x_2)$ das gleiche charakteristische Polynom besitzen.
- b) Konstruiere ein Beispiel für das $(F^k)'(x_1)$ und $(F^k)'(x_2)$ nicht ähnlich sind.

Beispiel 35 Berechnen Sie für $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, (x, y) \mapsto (-x + y, -x - y)$ die Poincaré-Abbildung $\Phi : H \rightarrow H$ mit $U \subset \{0, \infty\} \times \mathbb{R}$ und $H = \{(t, 0) \mid t > 0\}$.