

Übungsblatt 10

für den 10/12/2019

Beispiel 27 a) Berechnen Sie den Fluss ϕ des Vektorfeldes $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto x^2$ und spezifizieren Sie den Definitionsbereich.

b) Verifizieren Sie dafür die Funktionalgleichung

$$\phi(s, \phi(t, x)) = \phi(s + t, x)$$

für alle s, t, x , sodass die linke Seite definiert ist.

c) Transformieren Sie das Vektorfeld F eingeschränkt auf $X = (0, \infty)$ mit der Umkehrfunktion von $y \mapsto x = \phi(1, y)$.

Beispiel 28 Transformieren Sie folgende Richtungsfelder $F_i : X \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit Hilfe der Koordinatentransformationen α_i in die Richtungsfelder G_i für ein passendes $X \subseteq \mathbb{R}^2$.

a) $F_1(x, y) = (-y - x/2, x - y/2)$, $\alpha_1(x, y) = (x - y^2, y)$;

b) $F_2(x, y) = (x/3, y/5)$, $\alpha_2(x, y) = (x^3, y^5)$.

Visualisieren Sie die Richtungsfelder F_1, F_2 sowie die transformierten Richtungsfelder G_1, G_2 jeweils mit dem Programm <http://www.falstad.com/vector/>. Sind F_i und G_i jeweils transformationsäquivalent bzw. topologisch äquivalent auf \mathbb{R}^2 ? (F_i und G_i heißen *topologisch äquivalent*, falls sich Lösungskurven homöomorph überführen lassen.)

Beispiel 29 In der Vorlesung wurde gezeigt, dass die Lösung eines Anfangswertproblems stetig vom Anfangswert und von Parametern der Differentialgleichung abhängt. Ausserdem wurde gezeigt, dass die Lösung differenzierbar vom AW abhängt. Hängt die Lösung auch differenzierbar vom AW ab? Falls ja, formuliere einen mathematischen Satz und demonstriere ihn anhand eines kurzen Beispiels.