

# Übungsblatt 10

für den 19/01/2021

---

**Beispiel 35** Es sei  $n \in \mathbb{N}$ ,  $X \subset \mathbb{R}^n$  offen,  $F : X \rightarrow X$  stetig differenzierbar,  $k \in \mathbb{N}$  und  $(x_1, \dots, x_k)$  ein  $k$ -Zykel. Man zeige, dass die Matrizen  $(F^k)'(x_1)$  und  $(F^k)'(x_2)$  ähnlich sind.

**Beispiel 36** Man zeige, dass die Funktion

$$F : x \mapsto \frac{19}{6} x(1-x)$$

einen asymptotisch stabilen 2-Zyklus hat.

**Beispiel 37** Man konstruiere ein Vektorfeld  $(\mathbb{R}^2 \setminus \{0,0\}) \rightarrow \mathbb{R}^2$  mit genau zwei asymptotisch stabilen Zyklen.

**Beispiel 38** Wir betrachten das Vektorfeld

$$F : (x, y) \mapsto (x - x^3 - y^3, y + x^3 - y^3)$$

mir dem einzigen Equilibrium  $(0, 0)$ .

- Gib eine Ljapunov-Funktion und einen kompakten Bereich  $K$  an, den mögliche Lösungskurven des umgedrehten Vektorfeldes  $-F$  nicht verlassen können.
- Zeige mit Hilfe des Satzes von Poincare-Bendixson das ein Grenzzyklus existiert.
- Visualisiere das Vektorfeld mit dem Grenzzyklus