Übung 9 (6.12.2018)

Beispiel 1. Man zeige, dass sie Funktion $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \sqrt{|x|}$ nicht Lipschitz-stetig ist.

Beispiel 2. Man bestimme den Picard-Lindelöf-Operator $P : C^0(\mathbb{R}, \mathbb{R}) \to C^0(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ für das AWP für $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$\forall t : \; f'(t) = tf(t), f(0) = 1.$$

Die Folge $(f_n)_n$ von Funktionen $[-1, 1] \to \mathbb{R}$ sei definiert durch $f_0 : t \mapsto 0$, und $\forall n \in \mathbb{N} : f_{n+1} = P(f_n)$. Man berechne die ersten fünf Folgenglieder.

Beispiel 3. Lesen Sie den Auszug aus I. Lakatos: *Proofs and refutations*, Cambridge University Press, 1976 (Nachwort der Herausgeber J. Worrall und E. Zahar), verlinkt auf der Webseite der Vorlesung, und beantworten Sie die folgenden Fragen:

1. Cauchy first proved that the limit of a convergent sequence of continuous functions is continuous. Did Fourier know a counterexample?
2. Abel mentions "exceptions to Cauchy's theorem". What was his answer to this paradoxon?
3. Which writers on history of mathematics attribute the idea of uniform convergence to Abel? Why?

Beispiel 4. Man bestimme alle Polyome der der Form $X^3 + X^2 + X + a_0 \in \mathbb{R}[X]$, $a_0 \in \mathbb{R}$, deren komplexe Nullstellen negativen Realteil haben.