Matrikelnummer	Name

Gewöhnliche Differentialgleichungen und Dynamische Systeme – Klausur 2.2.2015

1. Man berechne die Lösung $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ des Anfangswertproblems

$$\forall x : f''(x) + 2f'(x) + f(x) = 0, f(0) = 2, f'(0) = 3.$$

2. a) Man bestimme die Gleichgewichtspunkte des Vektorfelds

$$F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, (x, y) \mapsto (x^3 - x, y^2 - 1)$$

und deren Typ (Quelle, Senke, oder Sattelpunkt).
b) Es sei $p = (x_0, y_0)$ ein Punkt sodaß $-1 < x, y < 1$. Es sei $C : \mathbb{R}_{\geq 0} \to \mathbb{R}^2$ die Lösungskurve des Vektorfelds mit Startwert p. Existiert $\lim_{t\to\infty} C(t)$?

3. Es sei $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ ein lineares Vektorfeld, das heißt ein Vektorfeld der Form $(x, y)^T \mapsto A(x, y)^T$ mit einer Matrix $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$. Es sei $H : y = 0$ die x-Achse und $U := (0, \infty) \times \mathbb{R}$ die offene rechte Halbebene. Man zeige: Wenn die Poincaré-Abbildung $\Phi : (U \cap H) \to (U \cap H)$ überhaupt definiert ist, dann existiert eine Konstante $c > 0$, sodaß $\Phi(x, 0) = (cx, 0)$ für alle $x > 0$.

Die Verwendung von eigenen schriftlichen Unterlagen ist erlaubt. Die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln ist nicht erlaubt.