Übung 11 (26.1.2016)

Beispiel 1. Man betrachte das parametrisierte Richtungsfeld auf $\mathbb{R}^2$

$$F_\lambda(x,y) := (-xy+\lambda, x^2+y^2-20),\ \lambda \in \mathbb{R}.$$

Für welche Werte von λ treten Bifurkationen auf? Welches Verhalten hat das von diesem Richtungsfeld beschriebene System zwischen diesen Stellen?

Beispiel 2. Es sei $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. Es sei $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ das Richtungsfeld

$$F(x,y) = \left(-\frac{\partial g}{\partial y}(x,y) + \frac{xg(x,y)}{12}, \frac{\partial g}{\partial x}(x,y) + \frac{yg(x,y)}{12}\right).$$

Man zeige, daß die Kurve $\{(x,y) \mid g(x,y) = 0\}$ einen Sattelpunkt und einen homoklinen Orbit enthält.

Hinweis: Man berechne $\partial_F(g)$ eingeschränkt auf die Kurve.

Beispiel 3. Man visualisiere die Richtungsfelder aus den Beispielen 1 und 2 mit dem Programm `http://www.falstad.com/vector/`.

Beispiel 4. Es sei $S^1 := \mathbb{R}/\sim$ mit der Equivalenzrelation $x \sim y \Leftrightarrow \frac{x-y}{2\pi} \in \mathbb{Z}$. Es sei

$$f : S^1 \to S^1,\ x \mapsto x + \sin(x).$$

Wie viele Fixpunkte hat f? Welche Fixpunkte sind hyperbolisch/stabil/asymptotisch stabil?