

Gewöhnliche Differentialgleichungen und Dynamische Systeme

7. Jänner 2014

Übung 9

1. Aufgabe 3 und 4 von Blatt 8.
2. Sei $f_\lambda: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $1 < \lambda \leq 4$ gegeben durch

$$f_\lambda(x) = \lambda x(1 - x).$$

- (a) Berechnen Sie $\lambda_0 > 1$, sodass der Fixpunkt ungleich Null von f_λ stabil ist für $\lambda < \lambda_0$ und instabil für $\lambda > \lambda_0$.
 - (b) Zeigen Sie, dass für $\lambda > \lambda_0$ ein eindeutiger 2-Zyklus von f_λ existiert.
 - (c) Berechnen Sie $\lambda_1 > \lambda_0$, sodass der 2-Zyklus von f_λ stabil ist für $\lambda \in (\lambda_0, \lambda_1)$ und instabil für $\lambda > \lambda_1$.
3. Sei das Vektorfeld $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ gegeben durch

$$F(x, y) = ((x^2 - 9)(y - x), (y^2 - 9)(-x - y)).$$

- (a) Visualisieren Sie das Vektorfeld mit dem Java-Applet `vector`.
- (b) Finden Sie eine kompakte Teilmenge $K \subset \mathbb{R}^2$ so, dass die Lösungskurve $x: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit $x(0) = (1, 1)$ diese nie verlässt.