

Gewöhnliche Differentialgleichungen und Dynamische Systeme

3. Dezember 2013

Übung 7

1. Sei das Vektorfeld $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ gegeben durch $F(x, y) = (x^2 + y^2 - 1, xy)$.
 - (a) Berechnen Sie die Gleichgewichtspunkte und geben Sie jeweils den Typ an (Quelle, Senke, Sattelpunkt, sonstiger).
 - (b) Visualisieren Sie das Vektorfeld mit dem Java-Applet `vector`.
2. Sei das Vektorfeld $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ gegeben durch $F(x, y) = (-\sin(x + y), \sin(x - y))$.
 - (a) Berechnen Sie die Gleichgewichtspunkte und geben Sie jeweils den Typ an (Quelle, Senke, Sattelpunkt, sonstiger).
 - (b) Visualisieren Sie das Vektorfeld mit dem Java-Applet `vector`.
3. Sei das Vektorfeld $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ gegeben durch $F(x, y) = (2xy - y^2, x^2 - 2xy)$.
 - (a) Berechnen Sie die Gleichgewichtspunkte und geben Sie jeweils den Typ an (Quelle, Senke, Sattelpunkt, oder sonstiges).
 - (b) Visualisieren Sie das Vektorfeld mit dem Java-Applet `vector`.
 - (c) Kann es sich um ein Gradientenfeld handeln, d.h., kann es ein Potential $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $F(x, y) = (\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y})$ geben? Falls ja, berechnen Sie ein solches.
 - (d)* Kann der Gleichgewichtspunkt $(0, 0)$ topologisch isomorph zu einem hyperbolischen Sattelpunkt sein?
- 4.* Konstruieren Sie die Koordinatentransformation (Diffeomorphismus) $(r, s) \mapsto (x, y)$, die das Vektorfeld $F(x, y) = (-y, x)$ auf $\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$ in das Vektorfeld $F(r, s) = (0, 1)$ transformiert, und rechnen Sie die Transformation der Vektorfelder nach.