

# Gewöhnliche Differentialgleichungen und Dynamische Systeme

19. November 2013

## Übung 6

1. Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y''(x) + 4y'(x) = \cos(2x), \quad y(0) = 0, \quad y'(1) = 0.$$

2. Geben Sie eine Funktion an, die gleichmäßig stetig aber nicht Lipschitz-stetig ist.
3. Zeigen Sie, dass es zwei Konstanten  $0 < C < D$  und eine natürliche Zahl  $N$  gibt, sodass für alle  $n > N$  die Ungleichung

$$\frac{C}{n} < \left(\frac{n}{n-1}\right)^n \frac{n-1}{n^2} < \frac{D}{n}$$

gilt.

4. Sei das Vektorfeld  $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  gegeben durch  $F(x, y) = (-2x + xy/2, -y + x^2/4)$ . Finden Sie eine offene Teilmenge  $0 \in U$  und eine Ljapunov-Funktion  $L: U \rightarrow \mathbb{R}$  für den Gleichgewichtspunkt  $0$ .