

Gewöhnliche Differentialgleichungen und Dynamische Systeme

Besprechung am 17.1.2012

Übung 9

1. Es sei $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ das Vektorfeld $(x, y) \mapsto (-33x + x^3 + y^3, -33y - x^3 + y^3)$.
 - (a) Berechnen Sie die Equilibrien von F und geben Sie jeweils den Typ an (Quelle, Senke, keins von beiden).
 - (b) Untersuchen Sie das Richtungsfeld mit **vector** indem sie auf **Reverse** klicken und den Regler **Field Strength** nach rechts geben. Erklären Sie die Beobachtung.
2. Es sei $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ das Vektorfeld $(x, y) \mapsto (-33x + x^3 + x^2y + xy^2 + y^3, -33y - x^3 + x^2y - xy^2 + y^3)$.
 - (a) Berechnen Sie die Equilibrien von F und geben Sie jeweils den Typ an (Quelle, Senke, keins von beiden).
 - (b) Untersuchen Sie das Richtungsfeld mit **vector** indem sie auf **Reverse** klicken und den Regler **Field Strength** nach rechts geben. Erklären Sie die Beobachtung.
 - (c) Vergleichen Sie die Lösungskurven von diesem Beispiel und Beispiel 1.
3. Gegeben ist das Richtungsfeld $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $(x, y) \mapsto (33y - y^3, 33x - x^3)$.
 - (a) Untersuchen Sie mit **vector** das Vektorfeld auf Lösungskurven und asymptotisches Verhalten.
 - (b) Gibt es periodische Lösungskurven? Gibt es eine obere Schranke für die Periode der periodischen Lösungskurven?
4. Es existieren Richtungsfelder mit beschränkten Lösungskurven, die asymptotisch die Vereinigung von Lösungskurven sind, die zwei Sattelpunkte verbinden (siehe vorangegangenes Beispiel). Warum sind das keine Gegenbeispiele zu Poincaré-Bendixsohn?