

Gewöhnliche Differentialgleichungen und Dynamische Systeme

24. Oktober 2011

Übung 3

1. Finde die allgemeinen Lösungen folgender Differentialgleichungen mittels der Zerlegungen ihrer charakteristischen Polynome:

$$y''''(x) + 2y''(x) + y(x) = 0, y^{(12)}(x) - y^{(10)}(x) = 0, y'''(x) + 3y''(x) + 3y'(x) + y(x) = 0$$

2. Löse die Anfangswertprobleme:

(a) $y''(x) + y(x) = 0, y(1) = 2, y'(1) = 0,$

(b) $y^{(6)}(x) - (7+i)y^{(5)}(x) + (15+7i)y^{(4)}(x) - (15i+9)y^{(3)}(x) + 9iy^{(2)}(x) = 0, y(0) = 1, y'(0) = 1, y''(0) = y^{(3)}(0) = y^{(4)}(0) = y^{(5)}(0) = 0.$

3. (a) Zeige, dass x^3 und x^5 Lösungen der homogenen Differentialgleichung $x^2y''(x) - 7xy'(x) + 15y(x) = 0$ sind.
(b) Berechne die allgemeine Lösung der Differentialgleichung mittels Variation der Konstanten

$$x^2y''(x) - 7xy'(x) + 15y(x) = x.$$

(c) Löse $y''(x) + 5y'(x) + 4y(x) = 3 - 2x$ mittels Variation der Konstanten.

4. Untersuche die Amplitude der periodischen Lösung von

$$y''(t) + ay'(t) + by(t) = \sin(\omega t)$$

in Abhängigkeit von a, b, ω .