1. Vorlesungsklausur

13. Februar 2017

Name:
Matrikelnummer:
(Schreiben Sie Namen und Matrikelnummer auf extra Blätter, die abgegeben werden.)

Aufgabe 1. (5 Punkte) Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine beliebige Funktion. Kreuzen Sie richtig an:

Wenn f eine Potenzreihendarstellung hat, ist f beliebig oft differenzierbar.	$\surd$wahr ☐falsch
Wenn f differenzierbar ist, dann ist f^2 differenzierbar.	$\surd$wahr ☐falsch
Wenn f differenzierbar ist und f bijektiv ist, dann ist f^{-1} differenzierbar.	☐wahr $\surd$falsch
Wenn $\int f(x)dx$ stetig ist, dann ist f stetig.	☐wahr $\surd$falsch
Wenn f stetig ist, dann ist $\int f(x)dx$ stetig.	$\surd$wahr ☐falsch

Aufgabe 2. (6 Punkte) Haben die folgenden Funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ lokale Maximal- oder Minimalstellen bei $x = 0$? Wenn ja, bestimmen Sie, ob es eine Maximal- oder eine Minimalstelle ist.

a) $f(x) = x^{20} + x^{19}$ b) $f(x) = x^{20} + x^{18}$

Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 3. (6 Punkte) Welche Reihen konvergieren? Begründen Sie Ihre Antwort.

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2+1}{3n^2+3}$ b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{n!}$ c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \Big(\frac{2n^2+1}{3n^2+3}\Big)^n$

Aufgabe 4. (6 Punkte) Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine Funktion und $x_0 \in \mathbb{R}$. Definieren Sie:

a) f besitzt einen Grenzwert $M \in \mathbb{R}$ in x_0.
b) f ist stetig in x_0.
c) f ist stetig in $\mathbb{R}$.

Aufgabe 5. (6 Punkte) Seien $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ und $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ stetig in $\mathbb{R}$. Zeigen Sie dass $f \cdot g$ stetig in $\mathbb{R}$ ist.

Aufgabe 6. (6 Punkte) Berechnen Sie den Grenzwert

a) der Folge $(a_n)_{n\geq 1}$ mit $a_n = \sqrt[5]{\dfrac{2\cdot 2^{2^n}}{2^{2^n}+2^n}}$, d.h. $\lim_{n\to\infty} a_n$;
b) der Funktion $f(x) = \dfrac{\ln(x)-1}{e^x - e^e}$ in e, d.h. $\lim_{x\to e} f(x)$.

Begründen Sie Ihre Rechenschritte.

Aufgabe 7. (6 Punkte) Berechnen Sie Stammfunktionen von den folgenden Funktionen:

a) $\displaystyle\int \frac{\ln(x)}{x^2}\,dx$ b) $\displaystyle\int \cos(x)^2\,dx$ c) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{\frac{1}{x}+1}}{x^2}\,dx.$