

Wie bestehe ich die Klausur?
(ohne Gewähr auf Vollständigkeit oder Erfolg.)

Maximilian Jaroschek

RISC

January 28, 2011

Disclaimer

Diese Folien sind keine offiziellen Vorlesungsunterlagen. Dementsprechend ist es nicht zulässig, in der Klausur auf diese Folien zu verweisen. Die hier gelisteten Punkte dienen lediglich als Verweise auf die Vorlesung.

Allgemeines zu Rechenaufgaben

Achtung!

- 1 Immer darauf achten, dass die Voraussetzungen der Sätze erfüllt sind.
- 2 Bei jedem Umformungsschritt überlegen: Warum darf ich das tun?
- 3 Bei Äquivalenzumformungen den \Leftrightarrow nicht vergessen.
- 4 Wenn es keine Äquivalenzumformungen sind, dann: Implikation?
- 5 Sagt immer vorher, was ihr ausrechnet.
- 6 Wenn ihr eine Rechnung abschließt und eine neue beginnt, sagt, was die neue mit der alten zu tun hat.
- 7 Kein \lim oder dx vergessen.
- 8 Darauf achten, dass Gleichungen wirklich Gleichungen und nicht Implikationen sind.
- 9 Alles muss Schritt für Schritt nachvollziehbar sein.

Allgemeines zu Beweisaufgaben

Achtung!

- 1 Es gelten die gleichen Hinweise wie bei Rechenaufgaben.
- 2 Vorgehen: Aufgabe lesen \rightarrow verstehen \rightarrow veranschaulichen \rightarrow anschauliches Argument überlegen \rightarrow Argument verstehen \rightarrow Argument in mathematische Sprache übersetzen. \rightarrow sauber gegliedert aufschreiben.
- 3 Nicht zu kompliziert denken.
- 4 Hilfsmittel aus der Vorlesung verwenden.
- 5 Sagt genau, was ihr zeigen wollt.

Konvergenz / Divergenz zeigen

- 1 Finde für beliebig gewähltes ϵ ein N , so dass... / Sei $\epsilon = \dots$
- 2 Sandwichtheorem.
- 3 Satz über die Verknüpfung / Modifikation von Folgen.
- 4 Monotoniekriterium. (man bekommt hier nicht den Grenzwert geschenkt)
- 5 Mit Hilfe bereits bekannter Folgen.
- 6 Hilfreich: Dreiecksungleichung, Abschätzen durch Weglassen von Termen.

Konvergenz / Divergenz zeigen

- 1 Reihen sind spezielle Folgen \rightarrow nutze die Techniken für Folgen.
- 2 Majorantenkriterium / Minorantenkriterium.
- 3 Quotientenkriterium / Wurzelkriterium. (Vorsicht, wenn Konvergenztest 1 ergibt)
- 4 Verknüpfung von Potenzreihen.

Stetigkeit / Unstetigkeit nachweisen

- 1 An einem Punkt oder im ganzen Definitionsbereich?
- 2 Finde für beliebig gewähltes ϵ ein δ , so dass... / Sei $\epsilon = \dots$
- 3 Funktion ist Verknüpfung stetiger Funktionen
- 4 Folgenstetigkeit (Stetig: Sei x_n eine Folge mit Limes..., Unstetigkeit: Sei $x_n = \dots$ Wie zeigen dass $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) \neq f(x_0)$)
- 5 Linksseitiger Limes = Rechtsseitiger Limes = Funktionswert.
- 6 Stetigkeit der Umkehrfunktion.
- 7 Potenzreihen sind stetig innerhalb des Konvergenzradius.

Differenzierbarkeit

Differenzierbarkeit nachweisen / widerlegen

- 1 An einem Punkt oder im ganzen Definitionsbereich?
- 2 Limes des Differenzenquotienten. (zwei verschiedene Darstellungen, manchmal hilfreich: de l'Hospital)
- 3 Verknüpfung differenzierbarer Funktionen.
- 4 Diff.bar \Rightarrow stetig.
- 5 Diff.barkeit der Umkehrfunktion.
- 6 Potenzreihen diff.bar innerhalb des Konvergenzradius.

Weitere Aufgabenstellungen

- 1 Ableitung berechnen. (Ableitungsregeln)
- 2 Tangente an einem Punkt ausrechnen. (Ableitung, Geradengleichung)
- 3 Approximation einer Funktion als Polynom. (Taylor-Entwicklung)
- 4 Grenzwerte von Funktionen: de l'Hospital.

Bestimmung lokaler Extrema

- 1 Ableitungen.
- 2 Monotoniebetrachtung.
- 3 Randpunkte des Definitionsbereichs beachten.

Bestimmung globaler Extrema

- 1 Funktionswerte bei lokalen Extrema berechnen.
- 2 Randpunkte des Definitionsbereichs beachten.

Weitere Aufgabenstellungen

Definitionsbereich bestimmen

Nullstellen des Nenners etc. (Schulwissen)

Wertebereich bestimmen

- 1 Extremwerte bestimmen.
- 2 Zwischenwertsatz.
- 3 Grenzwerte.

Regression

In Formel einsetzen

Nullstellen berechnen

Schulwissen, Newton-Verfahren.

Integrierbarkeit nachweisen

- 1 Sei Z eine Zerlegung... / Sei $Z = \dots$
- 2 Verknüpfung integrierbarer Funktionen.
- 3 stetig \Rightarrow integrierbar.

Integration

- 1 Erster / zweiter Hauptsatz.
- 2 Integrationsregeln.
- 3 Es gibt nicht **die** Stammfunktion.
- 4 Integral von a bis $c =$ Integral von a bis $b +$ Integral von b bis c .
- 5 Stammfunktionen bestimmter Funktionen sollte man einfach kennen.

Nicht abschrecken lassen!

Partielle Differenzierbarkeit

- 1 Richtungsableitung.
- 2 In Richtung der Koordinatenachsen; Ableitung bezüglich der jeweiligen Variable.
- 3 In andere Richtungen: Leicht auszurechnen, wenn Funktion total differenzierbar, ansonsten umständlicher.

Totale Differenzierbarkeit

- 1 Tangentialebene.
- 2 Nachweis: Gradient stetig? Wenn nicht, anderweitig zeigen.
- 3 Gradient an einem Punkt zeigt in Richtung des steilsten Anstiegs.

Weitere Aufgabenstellungen

Extremwerte

- 1 Auf totale pit prüfen, bevor man mit Gradienten arbeitet. (effektiv: zweite partielle Ableitungen sind stetig \rightarrow Hesse Matrix)
- 2 Eigenwerte. (speziell: Diagonalmatrix)

Regression

In Formel einsetzen.

Berechnung

Mehrdimensionales Integral \rightarrow mehrere eindimensionale Integrale.

Stetigkeit / Diff.barkeit

- 1 Stetig, wenn einzelne Komponenten stetig.
- 2 Differenzierbar, wenn einzelne Komponenten differenzierbar.
- 3 Messbarkeit: Am besten wenn diff.bar und Ableitung stetig. Dann auch Länge leicht auszurechnen.

Berechnung

Wenn Gebirge stetig und Kurve messbar, diff.bar und Ableitung stetig \rightarrow
Ausrechnen mit Formel.