

**Lineare Algebra  
und  
Analytische Geometrie  
Teil I**

**Vorlesungsskriptum  
Johannes Kepler Universität Linz  
Wintersemester 2006/07**

**Prof. Franz Winkler  
Institut für Symbolisches Rechnen  
(RISC)**

© Copyright by F. Winkler

*“The trouble with the world is that the stupid are cocksure and the intelligent are full of doubt.”* Bertrand Russell

## Vorwort

Kurz gesagt geht es in der Linearen Algebra darum, Systeme linearer Gleichungen zu lösen. Kaum ein Zweig der Mathematik oder auch der Wissenschaft und Technik kommt ohne die grundlegenden Techniken der Linearen Algebra aus. Mit der Lösung linearer Gleichungssysteme sind überraschend viele Fragen verbunden, etwa:

- Kann man entscheiden, ob ein Gleichungssystem lösbar ist?
- Wieviele “unabhängige” Lösungen hat ein Gleichungssystem?
- Kann man die Menge der Lösungen irgendwie auf endliche Art beschreiben?
- Gibt es eine Lösungsformel?
- Gibt es eine konzise Notation für das Rechnen mit linearen Gleichungen, etwa Matrizen?
- Haben lineare Gleichungen bzw. ihre Lösungen eine geometrische Interpretation?

In der Vorlesung “Lineare Algebra und Analytische Geometrie” sollen diese und ähnliche Fragestellungen behandelt werden.

Das Grundlagenkapitel 1 baut teilweise auf Material aus den folgenden Büchern auf:

M. Drmota, “Lineare Algebra I”,  
Vorlesungsskriptum WS 2003/2004, Technische Universität Wien

G. Pilz, “Lineare Algebra und Analytische Geometrie I”,  
Vorlesungsskriptum WS 2005/2006, Institut für Algebra, JKU

R.S. Wolf, “A Tour Through Mathematical Logic”,  
The Mathematical Association of America, 2005.

Als Grundlage für die Folgekapitel dieses Skriptums dienen die hervorragenden Lehrbücher

T.S. Blyth, E.F. Robertson,  
“Basic Linear Algebra” und “Further Linear Algebra”,  
Springer Undergraduate Mathematics Series, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 2002.



# Inhalt

<b>1 Grundlagen</b> .....	1
1.1 Was ist eigentlich Mathematik? .....	1
1.2 Zahlenbereiche .....	3
1.3 Mengen .....	11
1.4 Logik .....	26
1.5 Algebraische Strukturen .....	31
<b>2 Matrizenalgebra</b> .....	39
<b>3 Lineare Gleichungssysteme</b> .....	47
<b>4 Invertierbare Matrizen</b> .....	57
<b>5 Vektorräume</b> .....	61
<b>6 Lineare Abbildungen</b> .....	71
<b>7 Determinanten</b> .....	85
<b>Literatur</b> .....	93