

# Übungsblatt 7

Besprechung am **25.05.2007**.

---

**Aufgabe 1** Sei  $f(z) = z^3 - 1$  mit  $z = x + iy$ .

- a) Formulieren Sie das Newtonverfahren in  $\mathbb{C}$  zur Lösung von  $f(z) = 0$  in der Form

$$z_{n+1} = \dots$$

an.

- b) Trennen Sie Real- und Imaginärteil von  $z_n = x_n + iy_n$ , d.h. finden Sie Funktionen  $g_1$  und  $g_2$  mit

$$x_{n+1} = g_1(x_n, y_n),$$

$$y_{n+1} = g_2(x_n, y_n).$$

**Aufgabe 2** Ein Körper wird mit einer Geschwindigkeit von  $10[m/s]$  vom Erdboden senkrecht nach oben geworfen. Ermitteln Sie seine Flughöhe  $w(t)$  in Abhängigkeit vom Zeitpunkt  $t$ , die maximale Steighöhe, sowie den Zeitpunkt der Wiederkehr.

(*Hinweis:* Integrieren Sie  $w''(t) = -g \simeq 9.81[m/s^2]$  zweimal unbestimmt und ermitteln Sie Integrationskonstanten aus den Anfangsbedingungen  $w(0) = 0$ ,  $w'(0) = 10$ .)

**Aufgabe 3** Durch Rotation des Parabelstücks  $y = 2\sqrt{x}$ ,  $0 \leq x \leq 1$  um die  $x$ -Achse entsteht ein Paraboloid. Skizzieren Sie es und berechnen Sie

- sein Volumen,
- seine Mantelfläche.
- Berechnen Sie durch Rotation einer geeignet gewählten Funktion um die  $x$ -Achse das Volumen der Kugel mit Radius  $r$ .

**Aufgabe 4** Seien  $c < d \in \mathbb{R}$  und  $f: (c, d) \rightarrow \mathbb{R}$  eine einmal stetig differenzierbare Funktion (d.h. die Ableitung von  $f$  ist stetig). Zeigen Sie, dass dann für alle  $x, a \in (c, d)$  gilt

$$f(x) = f(a) + \int_a^x f'(t) dt.$$

**Aufgabe 5** Schreiben Sie eine Maxima-Prozedur, die eine numerische Näherung an das Integral

$$\int_0^1 e^{-x^2} dx$$

liefert. Verwenden Sie dazu Riemannsummen der Form

$$U_n = \sum_{j=1}^n e^{-x_j^2} \Delta x, \quad O_n = \sum_{j=1}^n e^{-x_{j-1}^2} \Delta x$$

mit  $\Delta x = 1/n$ ,  $x_j = j\Delta x$  und versuchen Sie  $\Delta x$  bzw.  $n$  so zu bestimmen, dass  $O_n - U_n \leq 0.01$  ist, das Ergebnis also auf 2 Stellen genau ist. Vergleichen Sie auch mit dem Maxima-Befehl `sqrt(%pi)/2*erf(1)`.

Ihre Lösung zu dieser Aufgabe geben Sie bitte bis zum 24.05.2007 per E-Mail ab.

**Aufgabe 6** Seien  $u, v: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  differenzierbare Funktionen. Zeigen Sie die Integrationsformel

$$\int u'(x)v(x) dx = u(x)v(x) - \int u(x)v'(x) dx$$

und berechnen Sie mit ihrer Hilfe die folgenden unbestimmten Integrale:

a)  $\int xe^x dx$

b)  $\int \sin(x) \cos(x) dx.$

*Die Lösung zu dieser Aufgabe können Sie schriftlich ausarbeiten und in der nächsten Übungsstunde zur Bewertung abgeben.*