

# Übungsblatt 2

Besprechung am **23.03.2007**.

---

**Aufgabe 1** Entscheiden Sie, welche der folgenden Funktionen injektiv, surjektiv oder bijektiv sind. Begründen Sie Ihre Antwort!

- a)  $f_1 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto (x-1)^3 + 2$   
 b)  $f_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto (x-1)^5 - x$   
 c)  $f_3 : \mathbb{C} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{C} : x \mapsto \frac{1-ix}{1-x}$

**Aufgabe 2** Sind Sie fit im Umgang mit komplexen Zahlen?

- a) Berechnen Sie Real- und Imaginärteil ( $\operatorname{Re} z$  und  $\operatorname{Im} z$ ), sowie  $\bar{z}$  und  $|z|$ , für die folgenden komplexen Zahlen  $z$  und skizzieren Sie diese in der komplexen Zahlenebene:

$$z = 3 + 2i, \quad z = \frac{5-i}{1-i}, \quad z = e^{-i\pi/3}.$$

- b) Finden Sie alle Lösungen  $x \in \mathbb{C}$  der Gleichung

$$\frac{1}{e^{ix}} = \frac{x + ix + (i-1)\sqrt{3}}{1+i} + e^{\pi i + \log(x+1)}.$$

**Aufgabe 3** Drei Kreise mit Radien 3, 4 und 5 berühren einander von außen. Berechnen Sie die Winkel des von den Kreismittelpunkten definierten Dreiecks.

**Aufgabe 4** Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion die Bernoullische Ungleichung:

$$(1+a)^n \geq 1+na \quad (a \in \mathbb{R}, a \geq -1, n \in \mathbb{N}).$$

**Aufgabe 5** Zu implementieren ist die Konversion von Dezimalzahlen in 32-Bit-Gleitkommazahlen (nach IEEE 754) und umgekehrt:

```
(%i1) floating(3654.4921875);
(%o1) 0/10001010/11001000110011111100000
(%i2) decimal("0/10001010/11001000110011111100000");
(%o2) 3654.4921875
```

Die speziellen Zahlenwerte Null, Unendlich und NaN sollen nicht behandelt werden. Um den Start in die Maxima-Programmierung zu erleichtern, finden Sie die Funktion `decimal` ausprogrammiert auf der Vorlesungshomepage.

- a) Schreiben Sie eine Funktion `tobinarystring(m,n)`, die eine natürliche Zahl  $m$  in die Binärdarstellung umwandelt, und diese als String zurückgibt. Der Rückgabestring soll die Länge  $n$  haben, ggf. also führende Nullen enthalten.  
 b) Implementieren Sie nun mit Hilfe der obigen Funktion die Konversion einer Dezimalzahl in die Gleitkommadarstellung (d.h. die Funktion `floating`)!

Informationen zum Paket `stringproc` finden Sie in der Online-Dokumentation von Maxima unter <http://maxima.sourceforge.net/docs/manual/en/maxima.html>. Testen Sie Ihr Programm auch an den Beispielen des ersten Übungsblattes!

*Ihre Lösung zu dieser Aufgabe schicken Sie bitte bis zum 22.03.2007 per E-Mail an Ihren Übungsleiter.*