

Übungsblatt 6

Besprechung am 05.05.2006.

Aufgabe 1 Ermitteln Sie die Proportionen eines Kegels, der bei gegebenen Volumen V die kleinste Oberfläche F besitzt.

Aufgabe 2 a) Leiten Sie mittels der Methode der kleinsten Fehlerquadrate eine Formel für den Koeffizienten c der Regressionsparabel $y = cx^2$ durch eine Punktwolke $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ her.

b) Bei der Messung des reinen Bremswegs s [m] (ohne Reaktionsweg) eines bestimmten PKW-Typs in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit v [km/h] erhielt man folgende Messwerte:

v_i	10	20	40	50	60	70	80	100	120
s_i	1	3	8	13	18	23	31	47	63

Berechnen Sie den Koeffizienten c der Regressionsparabel $s = cv^2$ und plotten Sie das Ergebnis.

Bonus Aufgabe: Wie kann man dieses Problem neu interpretieren, wenn man bei jedem Messwert mit 0.2 sec Reaktionszeit rechnen muß.

Aufgabe 3 Der Gesamtverbrauch an elektrischer Energie Österreichs 1970-2000 ist in der Tabelle unten angegeben.

Jahr x_i	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000
Verbrauch y_i [GWh]	24.622	30.663	37.995	42.815	49.951	54.177	60.527

a) Nehmen Sie eine lineare Regression der Form $y = \beta_0 + \beta_1 x$ durch diese Daten vor.

b) Überprüfen Sie die Anpassungsgüte durch Berechnung von R^2 (multiple Bestimmtheitsmaß). Zeichnen Sie ein Streudiagramm mit der angepassten Geraden. Berechnen Sie die Prognose für 2005.

Aufgabe 4 Zeigen Sie: die beste horizontale Gerade $y = d$ durch eine Punktwolke $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ (im Sinne der kleinsten Fehlerquadrate) ist durch das arithmetische Mittel der y -Werte gegeben:

$$d = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i.$$

Aufgabe 5 Implementieren Sie das Newton-Verfahren in Maple. Die Prozedur soll als Eingabe einen Funktionsausdruck in x , einen Startpunkt und eine angestrebte Genauigkeit ε nehmen. Die Ausgabe soll die Näherung \hat{x} an die Nullstelle x_0 sein, so daß $|f(\hat{x})| < \varepsilon$. Sie dürfen Gleitkomma-Rechnung verwenden.

Untersuchen Sie der Konvergenz des Newton-Verfahrens bei der Lösung der Gleichungen

$$x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$x^3 - 3x^2 + 3x - 2 = 0$$

auf dem Intervall $[0, 3]$.