

Übungsblatt 5

Besprechung am **28.04.2006**.

Aufgabe 1 Bestimmen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen:

- | | |
|--|------------------------------------|
| a) $\sin\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)$ | d) $\sum_{n=0}^{\infty}(\log x)^n$ |
| b) $\arctan\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)$ | e) $\log_x(x^2+1)$ |
| c) $\exp(\exp(\exp(\exp(x))))$ | f) $x^2 e^{\cos(x^2+1)}$ |

Aufgabe 2 Bestimmen Sie die lokalen und globalen Extremwerte (Minima und Maxima) der Funktion

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{|x^2 - 4| + x - x^2}{x^2 + 1}$$

Aufgabe 3 Konstruieren Sie eine Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, die in $x = 1$ und $x = 5$ eine Nullstelle, in $x = 3$ ein lokales Maximum, in $x = 7$ ein lokales Minimum hat, und für die gilt $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$.

Aufgabe 4 Die Funktion $W: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ist implizit durch die Gleichung

$$W(x) \exp(W(x)) = x \quad (x > 0)$$

definiert (Lambertsche W -Funktion). Zeigen Sie, daß W auf $(0, \infty)$ differenzierbar ist, und daß gilt

$$W'(x) = \frac{W(x)}{x(1+W(x))} \quad (x > 0).$$

Aufgabe 5 Betrachten Sie Ausdrücke, die aus den rationalen Zahlen, der Variablen x den Operationen $+$, \cdot , $-$, $/$ und den einstelligen Funktionssymbolen $e(\cdot)$ und $l(\cdot)$ aufgebaut sind. Schreiben Sie eine Maple-Prozedur, die aus solch einem Ausdruck einen Ausdruck für seine Ableitung berechnet, wobei $e(x)$ und $l(x)$ als e^x bzw. $\log x$ interpretiert werden soll.

Vergleichen Sie die Ausgaben Ihres Programms mit denen der eingebauten Funktion `diff`.

Hinweis: Mit `op(0, <expr>)` können Sie auf das äußerste Funktionssymbol eines Ausdrucks zugreifen, und mit `[op(<expr>)]` erhalten Sie eine Liste mit den Operanden.