

```

> restart:
> with(OreModules):
> with(linalg):
> A:=DefineOreAlgebra(diff=[d1,x1],diff=[d2,x2],diff=[d3,x3],
polynom=[x1,x2,x3]):

```

```

> R := evalm([ [x3*d1-x1*d3,x3*d2-x2*d3,-1],
               [-1,x1*d2-x2*d1,x1*d3-x3*d1],
               [x2*d1-x1*d2,-1,x2*d3-x3*d2] ] );

```

$$R := \begin{bmatrix} x3 d1 - x1 d3 & x3 d2 - x2 d3 & -1 \\ -1 & x1 d2 - x2 d1 & x1 d3 - x3 d1 \\ x2 d1 - x1 d2 & -1 & x2 d3 - x3 d2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

```

> F:=FreeResolution(R,A);

```

$$F := \text{table} \quad \begin{matrix} & x3 d1 - x1 d3 & x3 d2 - x2 d3 & -1 \\ & -1 & x1 d2 - x2 d1 & x1 d3 - x3 d1 \\ & x2 d1 - x1 d2 & -1 & x2 d3 - x3 d2 \end{matrix} \quad (2)$$

```

> OreRank(R,A);

```

$$1 \quad (3)$$

```

> R_adj:=Involution(R,A);

```

$$R_adj := \begin{bmatrix} x1 d3 - x3 d1 & -1 & x1 d2 - x2 d1 \\ x2 d3 - x3 d2 & x2 d1 - x1 d2 & -1 \\ -1 & x3 d1 - x1 d3 & x3 d2 - x2 d3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

```

> Ext1:=Exti(R_adj,A,1);

```

$$Ext1 := \left[\begin{bmatrix} x2 d3 - x3 d2 & 0 & 0 \\ x1 d3 - x3 d1 & 0 & 0 \\ x1 d2 - x2 d1 & 0 & 0 \\ 0 & x2 d3 - x3 d2 & 0 \\ 0 & x1 d3 - x3 d1 & 0 \\ 0 & x1 d2 - x2 d1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x1 & x2 & x3 \\ d1 & d2 & d3 \\ -1 & x1 d2 - x2 d1 & x1 d3 - x3 d1 \end{bmatrix}, [x3 d2 - x2 d3], \quad (5)$$

$$[x1 d3 - x3 d1], [x2 d1 - x1 d2]$$

> **Rp:=Ext1[2];**

$$Rp := \begin{bmatrix} x1 & x2 & x3 \\ d1 & d2 & d3 \\ -1 & x1 d2 - x2 d1 & x1 d3 - x3 d1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

> **Rpp:=Factorize(R,Rp,A);**

$$Rpp := \begin{bmatrix} -d3 & x3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -d2 & x2 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

> **S:=SyzygyModule(Rp,A);**

$$S := \begin{bmatrix} d1 & -x1 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

> **Presentation_t(M):=stackmatrix(Rp,S);**

$$Presentation_t(M) := \begin{bmatrix} x1 & x2 & x3 \\ d1 & d2 & d3 \\ -1 & x1 d2 - x2 d1 & x1 d3 - x3 d1 \\ d1 & -x1 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

> **Presentation_Movert(M):=Ext1[2];**

$$Presentation_Movert(M) := \begin{bmatrix} x1 & x2 & x3 \\ d1 & d2 & d3 \\ -1 & x1 d2 - x2 d1 & x1 d3 - x3 d1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

> **ext1:=Exti(Involution(Presentation_Movert(M),A),A,1);**

$$ext1 := \left[\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x1 & x2 & x3 \\ d1 & d2 & d3 \\ -1 & x1 d2 - x2 d1 & x1 d3 - x3 d1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x3 d2 - x2 d3 \\ x1 d3 - x3 d1 \\ x2 d1 - x1 d2 \end{bmatrix} \right] \quad (11)$$

> **LeftInverse(ext1[3],A);**

$$[] \quad (12)$$

> **LeftInverseRat(ext1[3],A);**

$$[] \quad (13)$$

> **ext2:=Exti(Involution(Presentation_Movert(M),A),A,2);**

$$ext2 := \left[\begin{bmatrix} x2 d3 - x3 d2 \\ x1 d3 - x3 d1 \\ x1 d2 - x2 d1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}, SURJ(1) \right] \quad (14)$$

>

>

>