Theoretische Informatik
(formale Grundlagen der Informatik 2)
Übungsblatt Nr. 9

ausgegeben am 3. Dezember 1999

Aufgabe 41 *Beweisen Sie: Seien $f(n)$ und $g(n)$ von der Ordnung $O(n)$. Dann gilt:*

(a) $(f+g)(n)$ ist von der Ordnung $O(n)$;

(b) $(f \cdot g)(n)$ ist von der Ordnung $O(n^2)$.

Zeigen oder widerlegen Sie: Falls $g(n)$ von der Ordnung $O(f(n))$ ist, ist auch $2^{g(n)}$ von der Ordnung $O(2^{f(n)})$.

Aufgabe 42 *Bestimmen Sie die Anzahl der Multiplikationen, die benötigt werden, um die Polynome*

$$a_0x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3 \text{ und } b_1x^2 + b_2x + b_3$$

mit der klassischen und mit der Karatsuba Methode zu multiplizieren.

Aufgabe 43 *Werten Sie das Polynom $5x^3 - 2x^2 + 7x + 3$ an den Stellen $x = 3$ und $x = -3$ aus. Verwenden Sie dazu*

(a) die klassische Methode

(b) Hornersche Regel erster Ordnung

(c) Hornersche Regel zweiter Ordnung.

Geben Sie jeweils die Anzahl der benötigten Multiplikationen und Additionen an.

Aufgabe 44 *Finden Sie einen schnellen Weg, um ein Polynom*

$$u_{2n+1}x^{2n+1} + u_{2n-1}x^{2n-1} + \cdots + u_1x$$

mit lauter ungeraden Exponenten auszuwerten.

Aufgabe 45 *Schätzen Sie die Zeit- und Raumkomplexität von* ***Merge-Sort*** *ab (s. Abb. 1). Verwenden Sie das uniforme Kostenkriterium.*

Algorithm: Merge-Sort(n,A)

IN $n \in \mathbb{N}$, $n = 2^k$, Folge ganzer Zahlen $A(1:2n) = (a_1, \ldots, a_{2n})$.

OUT $A(1:2n)$ aufsteigend sortiert.

```
return Merge(n,
        Merge-Sort(n/2, A(1 : n)),
        Merge-Sort(n/2, A(n + 1 : 2n)))
```

Algotithm: Merge(n, A, B)

IN $n \in \mathbb{N}$, zwei sortierte Folgen $A(1:n)$, $B(1:n)$.

OUT sortierte Folge $C(1:2n)$ mit Elementen aus A und B.

```
i := 1; j := 1; k := 1;
while i ≤ n and j ≤ n do
    if A(i) ≤ B(j) then
        C(k) := A(i); i := i + 1; k := k + 1;
    else
        C(k) := B(j); j := j + 1; k := k + 1;
    endif
endwhile
if i = n + 1 then
    while j ≤ n do C(k) := B(j); j := j + 1; k := k + 1; endwhile
else
    while i ≤ n do C(k) := A(i); i := i + 1; k := k + 1; endwhile
endif
return C
```

Abbildung 1: Merge-Sort