Mathematik 1 (Analysis) **Sommer 2007**
http://www.risc.uni-linz.ac.at/education/courses/ss2007/mathematik1/

Übungsblatt 4

Besprechung am **20.04.2007.**

Aufgabe 1 Man berechne die Grenzwerte:
a) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x^2}$ b) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{|x|}$ c) $\lim\limits_{x\to -3} \frac{\sin(x+3)}{x^2+x-6}$

Aufgabe 2 Man untersuche die Stetigkeit und Differenzierbarkeit der Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} ax+b & \text{, wenn } x > 1 \\ 3 & \text{, wenn } x = 1 \\ x^2 - 4x + b + 3 & \text{, wenn } x < 1 \end{cases}$$

für a, b aus $\mathbb{R}$ beliebig.

Aufgabe 3 a) Man konstruiere eine reellwertige stetige Funktion $f(t)$ mit der Eigenschaft, dass $f'(-2)$ und $f'(3)$ nicht existieren, aber f differenzierbar ist in allen Punkten $t \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 3\}$. Skizzieren Sie den Graphen Ihrer Funktion.

b) Man finde die x-Koordinaten aller Punkte des Graphen von $f(x) = x + 2\cos(x)$ im Intervall $[0, \pi]$, in welchen die Tangente horizontal ist.

Aufgabe 4 Man zeige, dass die Dirichletsche Sprungfunktion:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{, wenn } x \text{ rational} \\ 0 & \text{, wenn } x \text{ irrational} \end{cases}$$

in keinem Punkt $x \in \mathbb{R}$ stetig ist.

Aufgabe 5 Sei $a = re^{i\phi}$ eine komplexe, von Null verschiedene Zahl und $n \in \mathbb{N}$.
Die n Nullstellen in $\mathbb{C}$ des Polynoms

$$p(z) = z^n - a$$

sind $\omega_k = \sqrt[n]{r} e^{i\left(\frac{\phi + 2k\pi}{n}\right)}$ für $k \in \{0, 1, ..., n-1\}$ und werden n-te Wurzeln aus a genannt.
Beispiel: die 4-ten Einheitswurzeln sind: $1, -1, i, -i$.
Überlegen Sie sich ob tatsächlich $\omega_k^n = a$ für alle $k \in \{0, 1, ..., n-1\}$ gilt.

Man schreibe eine Maxima-Funktion, die diese n Punkte auf den Kreis mit Radius $\sqrt[n]{r}$ in Polarkoordianten zeichnet (z.B. mit plot2d). Die Argumente Ihrer Funktion sollen $Re(a)$, $Im(a)$ und die natuerliche Zahl n sein. Als erstes sollte also Ihre Funktion die komplexe Zahl a in Polarkoordinaten umwandeln.
Zum Testen zeichnen Sie die 12-ten Einheitswurzeln und die 9-ten Wurzeln von $2 + 2i\sqrt{3}$.

Das Programm schicken Sie bitte bis zum 19.04.2007 per eMail an Ihre(n) ÜbungsleiterIn.